الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزرة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة : تقني رياضي

المدة : 04 ساعات

المعامل : 06

التمرين الأول (04 نقاط)

1- أ- عين العدد الحقيقي α بحيث : $(\alpha + i)^2 = 8 + 6i$

ب - حل , في $\mathbb{C}$, المعادلة ذات المجهول Z التالية :

$Z^2 + (1 + 3i)Z - 4 = 0$ (نرمز للحلين بـ : Z_1 , Z_2 علما أن : $|Z_1| > |Z_2|$) .

جـ - أكتب على الشكل المثلثي و الأسي كلا من Z_1 , Z_2 .

2- المستوي (π) منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

لتكن $A\,;B\,;C$ النقط التي لواحقها على الترتيب : $Z_0 = 2i$, Z_1 , Z_2 .

أ- أنشئ $A\,;B\,;C$.

- حدد قيسا للزاوية $(\overline{CA}, \overline{CB})$. ما طبيعة المثلث ABC؟

ب- S التشابه المباشر لـ (π) في (π) الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة $\acute{M}$ ذات اللاحقة $\acute{Z}$ حيث :

$$\acute{Z} = \frac{1}{2}(1 + i)(Z + 2)$$

- عين مركز وزاوية التشابه S .
- عين صورة الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بواسطة S .

التمرن الثاني (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بـ : $f(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

الجزء الأول :

1- عين مجموعة التعريف (D_f) للدالة f .

2- أحسب نهايات الدالة f عند حدود (D_f) .

لاحظ أن : $f(x) = \frac{1+\ln x}{x} = \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}$

3- أقم جدول تغيرات f , وأنشئ تمثيلها البياني (C_f) .

الجزء الثاني :

أ- عين النقاط $M_1\,;M_2\,;M_3\,;M_4$ من المنحنى C التي فواصلها على الترتيب : $x_1\,;x_2\,;x_3\,;x_4$ علما أن :

- M_1 هي نقطة تقاطع (C_f) مع محور الفواصل .
- M_2 النقطة التي يكون المماس لـ (C_f) عندها يشمل المبدأ O .
- M_3 المماس لـ (C_f) عندها يوازي محور الفواصل .

- $M_4 : x_4$ تنعدم عندها المشتقة الثانية .

ب- تحقق أن الأعداد $x_1 ; x_2 ; x_3 ; x_4$ هي بهذا الترتيب حدود متتابعة لمتتالية هندسية يطلب تحديد أساسها .

التمرين الثالث (04 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

نعتبر النقط $A\left(7;12\right)$ ، $B\left(7;0\right)$ و $C\left(0;12\right)$.

1- أ- عين النقط ذات الإحداثيات الصحيحة النسبية , التي تنتمي إلى المستقيم $\left(OA\right)$.

ب- استنتج النقط ذات الإحداثيات الصحيحة النسبية التي تنتمي إلى $[OA]$.

2- أ- حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلتين : $12x-7y=1$ وَ $12x-7y=-1$.

ب- بين أنه توجد داخل المستطيل $ABOC$ نقطتان I و J إحداثياتهما أعداد صحيحة نسبية بحيث تكون المسافة بين كل منهما والمستقيم $\left(OA\right)$ أصغر ما يمكن .

3- تحقق أن الرباعي $OIAJ$ هو متوازي أضلاع وأحسب مساحته .

التمرين الرابع (03 نقاط)

$\left(u_n\right)$ و $\left(v_n\right)$ متتاليتان حيث: $u_0=9$ و $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$ و $v_n=u_n+6$.

1. أثبت أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية حدودها موجبة.

2. احسب المجموع $S_n=\sum_{i=0}^{n}v_i$ ثم المجموع $S'_n=\sum_{i=0}^{n}u_i$. عين نهاية كل من S_n و S'_n.

التمرين الخامس (04 نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كرات حمراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 وعلى ثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام 1, 1 , 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل عملية سحب لكرتين بالقيمة المطلقة لفرق الرقمين المحصل عليهما .

1- أ- حدد القيم التي يأخذها X .

ب- عين قانون احتمال X

جـ- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

2- أحسب احتمال الحصول على كرتين تحملان نفس الرقم علما أنهما مختلفتي اللون..

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

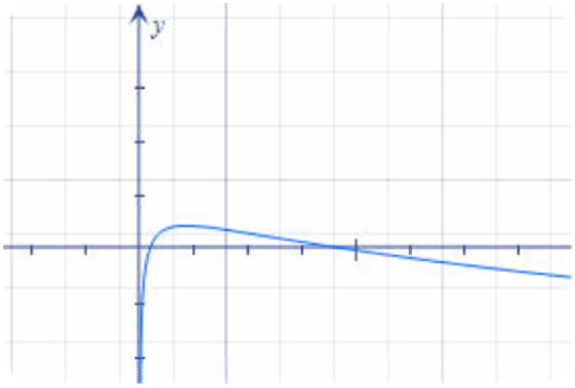
التمرين الأول (04 نقط)

-1 $(\sqrt{3}-i)^2 = 2-2\sqrt{3}\,i$	0.5
-2 أ– الحلان هما : $Z_1 = i$, $Z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$	0.5
ب- $Z_1 = \left[1,\frac{\pi}{2}\right]$, $Z_2 = \left[1,\frac{\pi}{6}\right]$	0.5
جـ - $Z_1^{\,6n} = -1$, $Z_2^{\,6n} = -1$ لأن n فردي	0.5
$Z_1+Z_2+2=0$	0.5 0.5
-3 لدينا : $\omega M_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\omega M_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	
ومنه : $\frac{\omega M_2}{\omega M_1} = 2$	0.5
$(\overrightarrow{\omega M_1} ; \overrightarrow{\omega M_2}) = \frac{\pi}{3}$	0.5
المجموع	04

التمرين الثاني (05 نقط)

-1 $D_f =]0\,;+\infty[$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$	0.5
-2 $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ ومنه $x=0$ م مستقيم مقارب لـ (C)	0.5 0.5
-3 $f'(x)=\frac{1}{3}(3-2\ln x)$	
-4 $3-2\ln x = 0$ معناه $x = e^{\frac{3}{2}} = e\sqrt{e}$	0.5
$3-2\ln x > 0$ معناه $0 < x < e\sqrt{e}$	0.5
إشارة $f'(x)$	0.5
-5 جدول تغيرات f :	0.5

x	0		$e\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$		+		-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{9}{4}$	↘	$-\infty$

-6 $f(x)=0$ معناه : $\ln x\,.[3-\ln x] = 0$ ومنه : $x=1$ أو $x=e^3$	0.5
التفسير الهندسي : (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $M_1(1,0)$, $M_2(e^3,0)$	0.5
-7 الرسم:.. 	0.5
المجموع	06

التمرين الثالث (04 نقط)

1- أ- $A \notin (\Delta)$ (بالتعويض المباشر)	0.5
ب- $\vec{U}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ شعاع توجيه لـ (Δ) إذن $\vec{U}$ شعاع ناظم لـ (Q)	0.5
ومنه : $(Q): x+y+\lambda=0$	0.25
بما أن : $A \in (Q)$ إذن : $\lambda=-1$	0.25
وعليه : $(Q): x+y-1=0$	0.25
$B(x,y,z) \in (Q) \cap (\Delta)$ معناه : يوجد $\alpha \in \mathbb{R}$ بحيث : $\begin{cases} x=\alpha-1 \\ y=\alpha+1 \\ z=2 \\ x+y-1=0 \end{cases}$	0.25
ومنه $\alpha=-1$	0.25 0.25
إذن : $B\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\right)$ هي نقطة التقاطع	0.5
جـ - المسافة بين A وَ (Δ) هي $AB=\frac{\sqrt{6}}{2}$	1
-2 $(\pi): x-y-z+4=0$	
المجموع	04

التمرين الرابع (03 نقط):

1. إثبات أن (v_n) هندسية ذات حدود موجبة 1

2. حساب S_n و S'_n وتعيين نهايتيهما .... 4×0,5

التمرين الخامس (04 نقط)

1- عدد اللجان الممكنة هو $C_{16}^{3}=560$	0.25
2- أ- $P(E)=\frac{C_{10}^{3}+C_{6}^{3}}{C_{16}^{3}}=\frac{1}{4}$	0.5
ب- $P(F)=1-P(E)=\frac{3}{4}$	0.5
3- احتمال أن تتضمن اللجنة أعضاء من الجنسين معا وأن لا يتواجد A و B بها في نفس الوقت :	0.25
G " تتضمن الخلية A و B في نفس الوقت "	0.25
الاحتمال المطلوب هو : $P(F \cap \bar{G})$	0.25
نعلم أن : $F=(F\cap G)\cup(F\cap \bar{G})$	0.5
$(F\cap \bar{G})$ و $(F\cap G)$ غير متلائمين	
$P(F)=(F\cap G)+(F\cap \bar{G})$	0.5
$P(F\cap \bar{G})=P(F)-P(F\cap G)$	0.5
$=\frac{29}{40}$	0.5
المجموع	04